

## Potenciando competencia numérica con alumnado de 6 a 12 años

Joaquín Giménez  
Consejo de Dirección  
de UNO

Los currículos recientes en diversos países proponen que se desarrolle la competencia numérica y el trabajo con números como parte de la competencia matemática. A continuación, nos proponemos reflexionar sobre cuatro aspectos de este desarrollo:

- Los componentes de la competencia numérica a partir de las ideas de competencia desde una perspectiva curricular.
- La importancia de hablar de los fines asociados a la competencia y no solo del contenido, procesos u objetivos.
- La necesidad de reconocer niveles de competencia y
- la importancia de los contextos para el desarrollo de la competencia.

En lo que sigue, se discute sólo sobre ejemplos y aspectos correspondientes a la enseñanza primaria en España de 6 a 12 años, aunque se podría seguir reconociendo en años posteriores. Muchos de los ejemplos los consideramos universales.

### Los componentes de la competencia numérica

Digamos ante todo que la competencia se desarrolla mediante actividades matemáticas en las que el alumnado realiza una manipulación de los objetos matemáticos, desarrolla su creatividad, reflexiona sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo, adquiere confianza en sí mismo, se divierte con su propia actividad mental, hace transferencias a otros problemas de la ciencia y de su vida cotidiana y por último, se prepara para los nuevos retos de la tecnología (Guzmán, 2007). Si partimos de las frases que describen la competencia matemática, reconocemos que suelen aparecer relacionadas con buena parte de las ocho grandes ideas que han servido para justificar las pruebas PISA. Observamos que, con variaciones, habitualmente se consideran las seis siguientes:

- *Comprensión* global de los números y de su uso en situaciones diversas, de forma flexible, para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles de manipulación que sirvan para hablar de realidades cotidianas. Predisposición para conseguir patrones numéricos en situaciones matemáticas y no matemáticas, así como el gusto por investigar relaciones numéricas, en procesos de conteo, divisibilidad, etc.
- Reconocimiento de diversas *formas de representación* de números como objetos matemáticos, de manera que se encuentren patrones y propiedades y sirva para relacionar e interpretar informaciones.

- Aptitud para hacer *cálculos y técnicas* con papel y lápiz, cálculo mental, calculadora, etc., así como decidir cuál de los métodos puede ser apropiado para resolver y dar sentido a situaciones.
- Aptitud para dar sentido a *resolución de problemas numéricos*, asociados a relaciones diversas como, por ejemplo, tener sensibilidad para identificar órdenes de magnitud, así como aptitud para valorar y estimar resultados reales o aproximados, y decidir sobre la razonabilidad de los resultados por procesos de cálculo o estimación. Así mismo, saber *proponer situaciones* nuevas a partir de otras, para enfrentarse mejor con situaciones cotidianas y desarrollar estrategias y planificaciones diversas.
- *Argumentar* y establecer *razonamientos* de tipo numérico, ya sean inductivos, o deductivos, o simplemente afirmaciones o falsaciones aritméticas.
- Aptitud para *comunicar* los resultados y procedimientos que se usaron en procesos numéricos mediante formatos comunicativos diferentes.

Ahora bien, estas frases u otras similares hacen ver que difícilmente aparecen todas las competencias que suelen considerarse en los trabajos asociados a PISA. Así, por ejemplo, no solemos encontrar frases explícitas asociadas a la idea de modelización y recursos de la competencia digital. En ese sentido, quizás deberíamos añadir las dos siguientes:

- Identificar operaciones y relaciones como *modelos simples de situaciones reales*, y no solo como patrones o propiedades.
- Usar imágenes numéricas asociadas a la variabilidad que permiten las TIC, o semejantes.

Y todo ello, sin hablar de las implicaciones de la competencia matemática con otras competencias básicas, como fomento de la ciudadanía, cuidado del medio ambiente, etc.

### **Necesidad de considerar finalidades en la competencia numérica**

No siempre se interpreta la competencia como tal, porque se sigue pensando en *competencia* = *contenido*, y no se asocia el fin (Goñi, 2008). Si bien es cierto que se habla de saber, saber hacer, saber estar y saber ser, en el caso de lo numérico se han tenido muchas visiones reduccionistas del saber ser y estar con el pensamiento y razonamiento

numérico. Así, se habla ante todo del pensar y razonar matemáticamente, como asociado a la atribución de significados y sentidos (numérico en nuestro caso), y se asocia a verbos como comprender, desarrollar estrategias, relacionar, etc. que quedan en lo teórico. Mi posición es que deberíamos potenciar actividades en base a potenciar los procesos de matematización, donde los números surgen del mundo real y sirven para interpretarlo, y no hacer que el fin sean los contenidos de la matemática misma.

De ahí que expresiones como *adquirir sentido numérico* se interpreten a veces como el establecimiento de razonamientos que usan la cantidad en situaciones reales, como el quehacer que permite el reconocimiento de patrones, y no se vaya más allá. O incluso sólo se enfatiza trabajar con situaciones que lleven a desarrollar el uso de los números y ya está. El establecimiento de conexiones parece que no hace más que repetir la idea clásica de trabajar contenido numérico que será aplicado en forma de problemas al final, en lugar de que se vea el número como un elemento final que no alcanza sentido sino en la vuelta a lo real. Hay una visión crítica de lo numérico que considero que va más allá de usar, por ejemplo, relaciones entre los puntos como la medida de los zapatos para plantear problemas de proporciones, o bien decir que vamos a analizar medidas que se usan para los sombreros a partir de las medidas de la cabeza. Saber que el número 115 (cm) es importante para indicar el límite de lo permitido llevar en un avión es otro ejemplo donde saber no es lo clave.

Adquirir sentido numérico con clave estrictamente matemática estructurada lleva a una idea de trabajar procesos como, por ejemplo, saber resolver problemas mediante cierto tipo de operaciones. Es muy diferente una perspectiva competencial en que digamos que la competencia nos lleva a interpretar el mundo que nos rodea. Así, desarrollar sentido numérico lleva a saber asociar significados a hechos o contextos y formular situaciones cuantificables. No es igual quedarse en reconocer un sistema estructurado de relaciones de tipos diferentes de equivalencia, desigualdad, aproximación etc. que añadir a ello la finalidad de que nos permita entender una realidad mediante la aproximación o estimación.

También se habla de dominio de representaciones de maneras muy diferentes en función de la finalidad correspondiente. Alguien es competente representando números cuando establece buenas relaciones en formatos diferentes como tablas, lectura de informaciones, y nada más. Esa es una visión procedimentalista que olvida que la representación no sólo forma parte del objeto sino que tiene un trasfondo histórico-epistemológico fuerte. Así, no solo basta con recordar los signos numéricos en las operaciones bien escritas, sino llegar a comprender, por ejemplo,

que las relaciones pueden establecerse con formatos funcionales, o bien operativos, o simplemente asociadas a situaciones reales como collaritos u otros.

Considerar argumentaciones y justificaciones numéricas sólo con finalidad de dominar un contenido presupone un estudio de propiedades de las operaciones que quizás después se apliquen en situaciones... pero es muy distinto de que se piense que la competencia está no en el dominio de sistemas argumentales, sino la elaboración que permite resolver situaciones interesantes. Así, por ejemplo, siempre me causó sorpresa agradable ver que algunos docentes hablan de cómo los niños de cinco o seis años son capaces de hablar del peso de las ballenas y hacer razonamientos muy poderosos para poder decir si una ballena pesa más o menos que 100 personas.

Otro aspecto en el que no hay dudas es respecto al dominio de técnicas. Y en algunos casos como el currículo portugués, se le añade el investigar relaciones. Pero en muchos casos se asocian elementos como el cálculo pensado al hecho de tener visualizaciones de las operaciones y ya, sin más. ¿Es esa la idea en la que ser competente se identifica con un dominio simplemente estructural? Nos parece que por eso, en muchos casos, no se trabajan elementos relacionales de las operaciones de manera que surjan razonamientos inductivos, cálculo de posibilidades, u otros aspectos que no aparecen en muchos proyectos educativos.

Y qué decir de lo comunicativo... Comunicar sólo para decir que se domina la matemática como lenguaje, usando reglas y dibujos bonitos, usando patrones puntuales, y ya está, o bien comunicar para hacer visibles a los colegas y al docente que se domina la matemática para hablar del mundo y sus problemas. Si es así, es posible que sea interesante jugar con los números figurados a lo Pitágoras, como proponía David Barba cuando hablaba de organizar un día en la escuela pitagórica. Eso creemos algunos que es trabajar realmente la subcompetencia comunicativa.

### **Sobre el nivel de la competencia numérica**

Para hablar de la competencia numérica, debemos pensar en el nivel de la misma (Rico y Lupiañez, 2008), y no creer que la competencia se consiga siempre en grado superlativo, como tampoco se puede decir que alguien no es competente en nada. Pero también debemos pensar en qué tipo de tarea se promueve tal o cual tipo de competencia. Tal es el caso de la competencia sobre razonamiento. Por ejemplo, ¿qué quiere decir razonar numéricamente? Responder a la pregunta «cuánto es  $4 \times 5$ », ¿implica razonar o argumentar numéricamente? Incluso en la pre-

gunta «cuál es el área de un rectángulo de lados 10 cm y 30 cm», ¿consideramos que provoca razonamiento? Si, en lugar de esa pregunta, pedimos buscar el área de un paralelogramo de lados 3 cm y 5 cm, la respuesta ya no es tan inmediata. ¿El alumnado es consciente de que si calcula  $3 \times 5$  es que asume que se trata de un rectángulo? ¿Es consciente de que si calculo  $3 \times 4$  es porque su inclinación da una altura 4? ¿Y se es consciente de que podría ser que tuviéramos que hacer un cálculo como  $3 \times 2$ ? Y eso lleva a la pregunta: ¿Puede haber un paralelogramo de lados 3 cm y 5 cm con una altura relativa de 2 cm?

Y aún nos podríamos preguntar: ¿Cuál es el rango de valor posible del área de un paralelogramo con esas medidas? (Lopes y Giménez, 2009). ¿Podríamos pensar en un paralelogramo extremo en que la medida 5 se superpone con la medida 3 cm, y por lo tanto su área es cero? Quizás la respuesta de los lectores sea que eso no puede ser, pero estas preguntas, consideradas como ayudas, nos permitirían decir que el área está entre 0 y 15 centímetros cuadrados. Y eso ya es una pregunta buena que nos permitiría alcanzar un desarrollo de la competencia en comprensión aritmética a un alto nivel.

Otro ejemplo importante para distinguir lo que es un nivel de profundidad y lo que no lo es podría verse cuando hablamos del sistema de numeración. Para algunos, el desarrollo del sistema de numeración decimal es un fin de la enseñanza primaria. Pero, a nuestro entender, ello no se consigue sólo con ejercicios simples de composición y descomposición de cantidades, sino comparando formas de organización numérica, o bien respondiendo a situaciones matemáticamente inversas. Tal es el caso de buscar un patrón que permita entender cómo son los símbolos mayas o hindús, y comparar el sistema de numeración respecto al sistema decimal.

Lo que en educación infantil es producir una colección con determinadas características, en primaria puede ser establecer un descubrimiento que no es simple. Por ejemplo, conseguir los números de 1 a 20 a partir de sumas y restas de números cuadrados. O algo que no es inmediato, como reconocer un patrón de los números piramidales. Un ejemplo de desarrollo de razonamiento de buen nivel es el problema simple de escribir los números del 1 al 8 en casillas consecutivas (azul, blanca, azul, blanca, azul, blanca, azul, blanca) de manera que los números impares estén en casillas azules y los números de los extremos sumen 5.

Los grados o niveles de dificultad crecientes pueden alcanzarse en la medida en que los docentes proponen situaciones que provoquen cada vez más dificultades. Ahora bien, las dificultades implican siempre niveles de profundidad, que podemos ir marcando o definiendo. PISA establece tres grados: reproducción, conexión y reflexión. Y en Rico y

Lupiáñez (2008) se muestran seis niveles. No es clave si deben ser tres, cuatro o seis niveles, lo que importa es tener claro que la competencia se desarrolla en distintos niveles. Y hasta puede cambiar de un aspecto a otro. Así, en el cuadro 1, mostramos una propuesta que indica dos niveles llamados reflexivos.

Un ejemplo para desarrollar la competencia C1N4:

Tenemos dos recipientes M y N. En el M hay 6 litros de agua, y en el N hay 6 litros de aceite. Llenamos un vaso del M y lo vertemos en el N y revolvemos la mezcla. Lleno un vaso de N actual y lo vierto en M. Después de esto, ¿qué crees que hay más: agua en M, o aceite en N?

**Cuadro 1.** Indicadores de nivel de competencia numérica

SUBCOMPETENCIA	NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4
<b>C1: Comprende, relaciona y da significado</b>	Cuenta, ordena, discrimina, reconoce secuencias, intervalos, etc. numéricos en situaciones próximas.	Traduce informaciones simples y les da contenido numérico en contextos diferentes.	Se plantea posibilidades, alternativas en contextos conocidos, o usa los números y fracciones simples, pero no con relaciones o fracciones complejas.	Adapta conocimiento a otros contextos, de forma segura, interpretando situaciones y variaciones, usando números naturales o fracciones cuando es necesario.
<b>C2: Representa</b>	Reconoce, percibe las representaciones propuestas asociadas a la situación de forma simplemente «obediente». Usa manipulativos.	Identifica y usa adecuadamente representaciones numéricas, pasando de uno a otro sistema. Reconoce puntos de referencia, cambios de escala, etc.	Usa de forma flexible y adecuada representaciones diferentes, pero no estructuradas.	Organiza y sistematiza y estructura mediante representaciones adecuadas las ideas matemáticas elaboradas.
<b>C3: Argumenta y razona</b>	Usa argumentos basados en cuestiones informales o perceptivas.	Argumenta con descripciones sabiendo establecer contactos entre realidades	Sabe esquematizar inducciones o argumentos basados en casos particulares	Usa razonamientos inductivos o deductivos casi propios de lo formal explicando la validez de las afirmaciones.

<b>C4: Propone y resuelve problemas</b>	Resuelve mediante interpretaciones directas de los enunciados o manipulaciones.	Emplea estrategias asociadas a conteo, operaciones y/o desarrollos diversos.	Resuelve/propone situaciones en las que hay que elaborar informaciones intermedias no inicialmente propuestas.	Asocia a tipos de problemas patrones numéricos, identifica estrategias nuevas no aprendidas.
<b>C5: Domina técnicas y recursos</b>	Responde a situaciones contextualizadas de una operación de forma correcta en contextos próximos.	Se muestra abierto al uso de técnicas numéricas operativas, o algorítmicas exactas o estimativas.	Usa cálculos de tipos diferentes (pensado, mental, algorítmico, etc.) en contextos variados y de forma flexible y adecuada, y decodifica bien con símbolos.	Interpreta informaciones numéricas, usando valores aproximados o exactos y discute la adecuación a la situación.
<b>C6: Modeliza</b>	Asume patrones y los aplica en situaciones semejantes usando analogías simples.	Usa modelos explícitos asociados a razonamientos (operativos o lógicos) distinguiendo los casos en que son aplicables.	Descubre patrones en múltiples situaciones, identificando más allá de analogías, pero basándose sobre todo en representaciones.	Reconoce principios de tipo metafórico que sirven para resolver situaciones de tipo investigativo abierto.
<b>C7: Comunica</b>	Responde simplemente a demandas.	Describe procesos de resolución y descubrimiento	Sabe adaptarse a explicaciones de otros y hacer aportes sobre lo numérico.	Usa con seguridad explicaciones matemáticas en diálogos, escritos, teatrales, etc. como si fuera profesor.

Este es un problema que puede probar un nivel alto de razonamiento, pero fundamentalmente pretende ver un nivel de comprensión sobre las relaciones de mezcla mediante fracciones, y ver si los estudiantes necesitan o no que se les ayude con un modelo discreto de la situación.

Otro ejemplo para reconocer N4C5:

Un señor entra en la tienda de ropa y pide una chaqueta de 30 euros. Paga con un billete de 100 euros. El cajero no tiene cambio, y manda a un empleado a la tienda de al lado, a que le de cambio. Con eso vuelve, y le da la chaqueta y la vuelta. Al cabo de un rato, el tendero regresa corriendo y le cuenta al cajero

que ha visto que el billete era falso. El cajero le da al tendero un nuevo billete legal y le pide disculpas. Si el cajero ha perdido algo, ¿cuánto ha perdido?

Con estas actividades, desarrollamos la competencia... ¡con todos!

### Contexto cotidiano y competencia numérica

En la realidad escolar, lamentablemente, vemos demasiado uso de los números desprovistos del mundo real contextual que los acompañe, y ello debilita el sentido de la competencia. Ser competente numéricamente no se puede reducir al simple uso de los números (alfabetismo numérico), como tampoco debería llevar únicamente al desarrollo de estructuras numéricas (algebrismo descontextualizado). Entre ambos extremos, se evade a veces un elemento clave de la competencia que es el cuidado del contexto en el diseño de actividades matemáticas. Los contextos reales que llevan a lo numérico pueden ser juegos de dados, de magia, de cauris, etc. que tienen un contenido intercultural importante. O pueden ser elementos del propio cuerpo, animales u otros aspectos del entorno cercano. Un ejemplo que usamos poco son los deportes. ¿Cuánto crees que mide un paso de Cristiano Ronaldo? ¿Por qué podríamos hablar de saldo de goles de un equipo? Si un equipo obtuvo 44 puntos en 23 juegos, ¿qué podemos saber de los juegos que perdió o empató? ¿Qué significa la vida media de los jugadores de la selección nacional de un país? ¿Y qué puede significar que la estatura media de un equipo de baloncesto subió 10 cm en 10 años? ¿Sabías que el alcance del triple salto es la suma de tres números?

Otros contextos como el dinero, la naturaleza, los viajes espaciales, etc. pueden parecer complejos o no, dependiendo de que el tipo de situación planteada sea natural en el contexto, o se use el contexto de forma simplemente fantástica. Así, algunas preguntas pueden resultar simples: «¿Qué puedes comprar con 100 euros?» o «¿qué números usaste esta semana?» El contexto abstracto de los números puede volverse concreto, si lo escenificamos y lo humanizamos... y no lo alejamos del estudiante. Así, no resulta raro a los niños de primaria que hablemos de números persistentes como el 1089, o de números curiosos como los palíndromos.

A lo largo de este número de *Uno*, podemos ver reflexiones y ejemplos de actividades muy diversas que llegan a cubrir muchos de los aspectos del cuadro anterior, y que ayudarán sin duda a desarrollar la competencia numérica en nuestras aulas.

Un último elemento que no vamos a desarrollar aquí, pero que es importante en el saber estar de la competencia, sería pensar en los ele-



mentos empotivos y actitudinales de la competencia. Se corresponde con el sentirse a gusto con los números. Para ello, recomendamos al lector que piense, respire y, mientras cuenta hasta 100 por dentro, busque cómo ilusionar al alumnado antes de proponer una actividad numérica.

#### Referencias bibliográficas

GOÑI, J.M. (2008): *El desarrollo de la competencia matemática. 32 - 2 ideas clave*. Barcelona. Graó.

GUZMÁN, M. DE (2007): «Enseñanza de las ciencias y la matemática». *Revista Iberoamericana de Educación* [en línea], núm. 43, pp. 19-58. <[www.rieoei.org/rie43a02.htm](http://www.rieoei.org/rie43a02.htm)>. [Consulta: mayo 2009]

LOPES, A.J.; GIMENEZ, J. (2009): *Metodologia para o ensino da aritmética*. São Paulo. FTD.

NISS, M. (2003): «The Danish KOM project and possible consequences for teacher education», en STRÄSSER, R.; BRANDELL, G.; GREVHOLM, B. (eds.): *Educating for the future. Proceedings of an international symposium on mathematics teacher education*. Göteborg. Royal Swedish Academy of Sciences, pp. 179-192.

RICO, L.; LUPIAÑEZ, J.L. (2008): *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid. Alianza.